معامل ارتباط بيرسون (r) :

يفترض بيرسون Pearson أن المتغيرين كميان، وأن العلاقة بينهما خطية (أي تأخذ شكل خط مستقيم).

ويرى بيرسون أن أفضل مقياس للارتباط بين متغيرين قد يختلفان في وحدات القياس و / أو في مستواهما العام (مثل الارتباط بين العمر والدخل) حيث يقاس العمر بالسنوات ويقاس الدخل بالعملة، كما أن المستوى العام للعمر – أي متوسط العمر – قد يساوي **<u>أربعين</u>** عاماً. فبينما المستوى العام – أي متوسط – الدخل الشهري قد يكون **<u>مئة آلف</u>** دينار مثلاً).

وبالتالي فإن أفضل مقياس للارتباط بين مثل هذين المتغيرين – حسب رأي بيرسون – هو عن طريق حساب انحرافات كل من المتغيرين عن وسطه الحسابي وقسمة هذه الانحرافات على الانحراف المعياري لكل منهما، فنحصل على ما يسمى بالوحدات المعيارية لكل متغير. ويكون معامل ارتباط بيرسون هو " متوسط حاصل ضرب هذه الوحدات المعيارية ". ومعامل الارتباط يكون بدون تمييز.

وبالرموز، إذا فرضنا أن المتغيرين هما X , Y وأن لدينا عدد n من أزواج القيم هي :

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \ldots, (x_n, y_n)$$

وأن الوسط الحسابي للمتغير X هو $\overline{X}$ وللمتغير Y هو $\overline{Y}$ وأن الانحراف المعياري للمتغير X هو S_x وللمتغير Y هو S_y فإن معامل بيرسون للارتباط الخطي والذي يرمز له بالرمز r هو :

$$\boxed{r = \frac{1}{n} \sum \left(\frac{x - \overline{x}}{S_x} \right) \left(\frac{y - \overline{y}}{S_y} \right)}$$

الصيغة التعريفية لمعامل الارتباط

ونلاحظ من تعريف معامل ارتباط بيرسون أنه يجب أولاً حساب كل من $\overline{X}, \overline{Y}, S_x, S_y$، ثم حساب $\frac{x - \overline{x}}{S_x}$ لكل قيمة من قيم X، وحساب $\frac{y - \overline{y}}{S_y}$ لكل قيمة من قيم y ثم ضرب $\frac{x - \overline{x}}{S_x}$ في $\frac{y - \overline{y}}{S_y}$ لكل زوج من القيم وأخذ مجموع حاصل

الضرب ثم القسمة على n. إن هذه العملية كما نرى تستغرق وقتاً طويلاً ونحتاج عمليات حسابية معقدة، لذلك فإنه عادة لا تستخدم الصيغة السابقة في حساب معامل الارتباط وتستخدم بدلاً منها **<u>الصيغة المختصرة التالية</u>** والتي تعطي بطبيعة الحال النتائج نفسها : -

(٢) الصيغة المختصرة لمعامل الارتباط

$$r = \frac{n(\sum xy) - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}\ \sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

وكل ما نحتاجه لحساب معامل الارتباط لبيرسون بالصيغة المختصرة رقم (2) هو حساب : $\sum xy$, $\sum x^2$, $\sum y^2$ أي مجموع مربعات قيم x ومجموع مربعات قيم y ومجموع حاصل ضربهما بعد معرفة $\sum X$، $\sum Y$ ، n (حيث n هي عدد أزواج القيم).

<u>مثال (١) :</u>

البيانات التالية تمثل درجات ثمانية طلاب في اختبار مادتين ، والمطلوب حساب معامل ارتباط بيرسون لدرجات المادتين.

درجات المادة الاولى x : 25 32 29 43 38 51 47 35

درجات المادة الثانية y : 10 18 15 35 40 62 100 50

<u>الحل :</u>

لحساب معامل ارتباط بيرسون يلزم حساب المجاميع:

$\sum x, \sum y, \sum xy, \sum x^2, \sum y^2$ لذلك يتم تنظيم حساب هذه المجاميع كما في الجدول التالي:

x الاولى	Y الثانية	X y	x^2	Y^2
25	10	250	625	100
32	18	576	1024	324
29	15	435	841	225
43	35	1505	1849	1225

38	40	1520	1444	1600
51	62	3162	2601	3844
47	100	4700	2209	10000
35	50	1750	1225	2500
300	330	13898	11818	19818

ثم نطبق في الصيغة المختصرة رقم (2) لمعامل الارتباط حيث n = 8 :

$$r = \frac{n(\sum xy) - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{n \sum x^2 - (\sum x)^2}\ \sqrt{n \sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

$$= \frac{8(13898) - (300)(330)}{\sqrt{8(11818) - (300)^2}\ \sqrt{8(19818) - (330)^2}}$$

$$= \frac{111184 - 99000}{\sqrt{94544 - 9000}\ \sqrt{158544 - 108900}}$$

$$= \frac{12184}{\sqrt{4544}\ \sqrt{49644}}$$

$$= \frac{12184}{15019.6}$$

$$r = 0.81$$

أي أن معامل ارتباط بيرسون بين المادتين يساوي 0.81 وهو ارتباط طردي (لأن إشارته موجبة) وقوى (لأنه قريب من الواحد الصحيح). بمعنى أخر، إن هناك علاقة طردية قوية بين المادتين 81 %.